Übungsblatt 2

Fit fürs Mathe-Abi!

ANALYSIS

Aufgabe 1 *Gebrochenrationale Funktionen*

Bestimmen Sie die Nullstellen und Definitionslücken der gebrochenrationalen Funktion $f(x)$ sowie das Grenzwertverhalten für $x \to \pm\infty$. Skizzieren Sie den zugehörigen Graphen für $x \in [-3\,;\,3]$.

a) $f(x) = \dfrac{1}{x}$ **d)** $f(x) = \dfrac{1}{x^2}$ **g)** $f(x) = \dfrac{x-1}{(x-2)(x+1)}$

b) $f(x) = -\dfrac{1}{x-1}$ **e)** $f(x) = \dfrac{1}{(x+1)^2}$ **h)** $f(x) = \dfrac{x^2-1}{x^2}$

c) $f(x) = \dfrac{1}{x+1} + 2$ **f)** $f(x) = \dfrac{x-1}{x^2}$ **i)** $f(x) = \dfrac{3}{x^2+1}$

Aufgabe 2 *Behebbare Definitionslücken*

Eine gebrochenrationale Funktion besitzt eine behebbare Definitionslücke, wenn eine Nullstelle des Zählers mit einer Nullstelle des Nenners übereinstimmt. Bei den folgenden Funktionen ist dies der Fall. Skizzieren Sie die Graphen für $x \in [-3\,;\,3]$.

a) $f(x) = \dfrac{x^2}{x}$ **c)** $f(x) = \dfrac{x+1}{x^2+x}$ **e)** $f(x) = \dfrac{x^3+2x^2}{x+2}$

b) $f(x) = \dfrac{(x+1)(x-1)}{x+1}$ **d)** $f(x) = \dfrac{x-1}{x^2-1}$ **f)** $f(x) = \dfrac{2x}{x^3+x}$

Aufgabe 3 *Schräge Asymptoten*

Eine gebrochenrationale Funktion besitzt eine schräge Asymptote, wenn der Zählergrad um 1 größer ist als der Nennergrad, wie z. B. bei $\frac{x^2+1}{x}$. Bestimmen Sie (durch Kürzen oder durch Polynomdivision) die Gleichung der schrägen Asymptoten und skizzieren Sie den Graphen von $f(x)$ für $x \in [-3\,;\,3]$.

a) $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x}$ **b)** $f(x) = \dfrac{x^2}{x-1}$ **c)** $f(x) = \dfrac{x^3+4}{2x^2}$ **d)** $f(x) = \dfrac{x^2-2}{x+1}$

STOCHASTIK

Aufgabe 4 *Kombinatorik*

Wie viele Möglichkeiten gibt es, …

a) mit den Ziffern von 0 bis 9 eine vierstellige Zahl zu bilden?

b) drei verschiedene Autos auf einem Parkplatz mit acht Plätzen abzustellen?

c) zehn Bücher nebeneinander ins Regal zu stellen?

d) auf einer Silvesterparty mit acht Gästen jeden mit jedem aufs neue Jahr anstoßen zu lassen?

e) sein persönliches Maßhemd zusammenzustellen, wenn man aus 50 Stoffen, zwölf Kragenformen, zwölf Manschettenformen und vier Knopfleisten wählen kann?

Aufgabe 5 *Stochastische Unabhängigkeit*

Zwei Ereignisse A und B sind stochastisch unabhängig, wenn gilt:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

a) Bei einer Umfrage wurden 102 Frauen und 98 Männer nach ihren Ernährungsgewohnheiten befragt. Von den Frauen gaben zwölf an, sich vegetarisch zu ernähren. Insgesamt lag der Vegetarieranteil bei 8 %. Fertigen Sie mit diesen Angaben ein Baumdiagramm und eine Vierfeldertafel an. Untersuchen Sie die beiden Eigenschaften Geschlecht und vegetarische Ernährung auf stochastische Unabhängigkeit.

b) Der Sportlehrer einer Schule behauptet, regelmäßiger Sport sei nicht nur gut für das körperliche Wohlbefinden, sondern wirke sich auch positiv auf die geistigen Fähigkeiten aus. Der Mathematiklehrer möchte dies überprüfen. Er befragt seine 36 Schüler, wer in der Freizeit regelmäßig Sport treibt. Auf zwölf Schüler trifft dies zu und drei von ihnen haben in Mathe zurzeit eine gute bis sehr gute Note. Insgesamt gibt es neun Schüler in der Klasse, die gut in Mathematik sind. Bestätigen diese Daten, dass regelmäßiger Sport und gute Mathenoten stochastisch abhängig sind?

c) Bei der Herstellung von T-Shirts treten zwei verschiedene Fehler auf: Der Stoff kann fehlerhaft gewebt sein oder die Nähte sind unsauber verarbeitet. Bei 96 % der T-Shirts ist der Stoff in Ordnung. Mindestens ein Fehler tritt bei 13,6 % aller T-Shirts auf. Beide Fehler zusammen kommen nur bei einem von 250 T-Shirts vor. Fertigen Sie eine Vierfeldertafel an und untersuchen Sie, ob die beiden Fehlertypen stochastisch unabhängig sind.

GEOMETRIE

Aufgabe 6 *Vektoren*

Das Dreieck ABC soll durch einen vierten Punkt D zu einem Parallelogramm erweitert werden. Berechnen Sie den Ortsvektor von D aus den Ortsvektoren von A, B und C. Bestimmen Sie außerdem den Schnittpunkt S der Diagonalen des Parallelogramms.

a) $A\,(\,1\,|\,2\,)$
$B\,(\,4\,|\,1\,)$
$C\,(\,5\,|\,3\,)$

b) $A\,(\,1\,|\,0\,|\,1\,)$
$B\,(\,2\,|\,-1\,|\,-1\,)$
$C\,(\,2\,|\,3\,|\,-2\,)$

Aufgabe 7 *Länge einer Strecke*

Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{AB}$, indem Sie den Verbindungsvektor bestimmen und dessen Betrag ausrechnen.

a) $A\,(\,2\,|\,1\,)$
$B\,(\,6\,|\,-2\,)$

b) $A\,(\,1\,|\,3\,)$
$B\,(\,8\,|\,-2\,)$

c) $A\,(\,1\,|\,4\,|\,4\,)$
$B\,(\,0\,|\,2\,|\,7\,)$

d) $A\,(\,2\,|\,4\,|\,0\,)$
$B\,(\,6\,|\,1\,|\,2\,)$